

MATEMÁTICA FINANCEIRA BÁSICA

(SEM COMPLICAÇÕES)

APOIO AO MICRO E PEQUENO EMPRESÁRIO

Nenhuma empresa é pequena quando os dirigentes são grandes e o segredo para ser grande é se instruir sempre!



**PROJETO INTEGRALMENTE IDEALIZADO PELO
Prof. Veslaine Antônio Silva
- UNIFENAS -
Coordenação de Extensão**

MATEMÁTICA FINANCEIRA BÁSICA

(SEM COMPLICAÇÕES)

APOIO AO MICRO E PEQUENO EMPRESÁRIO

Nenhuma empresa é pequena quando os dirigentes são grandes e o segredo para ser grande é se instruir sempre!

Resumo do Curso:

Simples:

$c.i.n$

Composto:

$(1 + i)^n$



Prof. Veslaine Antônio Silva
UNIFENAS

UNIVERSIDADE JOSÉ DO ROSÁRIO VELLANO - UNIFENAS

Reitor:

Prof. Edson Antônio Velano

Vice-reitora:

Profª Maria do Rosário Velano

Supervisor de Câmpus e Coordenador do Colegiado de Supervisores:

Prof. João Batista Magalhães

Supervisor de Pesquisa e Pós-Graduação:

Prof. Mário Sérgio de Oliveira Swerts

Supervisor Administrativo:

Prof. Osvaldo Luiz Mariano

Supervisor de Textos e Publicações:

Prof. Vinícius Vieira Vignoli

Coordenadora De Graduação:

Profª Marlene Leite Godoy Vieira de Souza

Assessora Pedagógica:

Profª Daisy Fábis de Almeida Singi

Coordenador de Extensão e do Curso de Administração::

Prof. Rogério Ramos Prado

Gerente Financeiro:

Paulo Tadeu Barroso de Salles

Gerente de Administração Escolar:

Helaine Faria Pinto

MATEMÁTICA FINANCEIRA:

PRINCÍPIOS BÁSICOS COM EXEMPLOS PARA UM APRENDIZADO COM A BUSCA DE EXERCÍCIOS E AUTODIDÁTICA.

Prof. Veslaine Antônio Silva

LEMBRE-SE EM TODOS OS CÁLCULOS:

1º Operações dentro dos parênteses (se houver);

2º Operações dentro dos colchetes (se houver);

3º operações dentro das chave (se houver).

Em todas elas:

Multiplicações e divisões primeiro, somas e subtrações depois.

É usado também para a multiplicação: . (ponto) ou x (letra) ou sem sinal.

Exemplos: 1. (1 + 0,2) ou 1 x (1 + 0,2) ou 1 (1 + 0,2)

É usada também para a divisão: / (barra)

PERÍODOS:

a. a. = ao ano a. b. = ao bimestre a. q. = ao quadrimestre a. p. = ao período

a. m. = ao mês a. t. = ao trimestre a. s. = ao semestre

...

SE PUDER DECORAR AS FÓRMULAS, TUDO BEM, MAS NÃO SE PREOCUPE COM ISSO; NÃO SE TRATA DE NENHUM CONCURSO E NA VIDA VOCÊ PODERÁ SEMPRE CONSULTAR O SEU MATERIAL. ALIÁS, O SIMPLES FATO DE VOCÊ ESTAR ESTUDANDO PARA UM CONCURSO, SE FOR O CASO, CONSULTANDO AS FÓRMULAS PARA RESOLVER OS EXERCÍCIOS, ACABARÁ DECORANDO-AS DE UMA FORMA NATURAL. "UM BOM PROFISSIONAL NÃO PRECISA SABER DE TUDO, MAS SIM, SABER ONDE ENCONTRAR AS INFORMAÇÕES QUE PRECISA".

DANDO UMA ESQUENTADA COM PORCENTAGEM (ELEMENTAR MAS NÃO CUSTANADA):

Exemplos:

5,00% de 500,00

$$= 5,00 \times 500,00 : 100$$

$$= 2.500,00 : 100$$

$$= 25,00$$

ou simplesmente:

pula duas casas para a esquerda: $5\% = 0,05$

$$0,05 \times 500 = 25,00$$

15,00% de 1.200,00

$$= 15,00 \times 1.200,00 : 100$$

$$= 18.000,00 : 100$$

$$= 180,00$$

ou simplesmente:

pula duas casas para a esquerda: $15\% = 0,15$

$$0,15 \times 1.200,00 = 180,00$$

$$\begin{aligned}
 &33,00\% \text{ de } 2.800,00 && \text{ou simplesmente:} \\
 &= 33,00 \times 2.800,00 : 100 && \text{pula duas casas para a esquerda: } 33\% = 0,33 \\
 &= 92.400,00 : 100 && 0,33 \times 2.800,00 = 924 \\
 &= 924,00
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &148,00\% \text{ de } 4.600,00 && \text{ou simplesmente:} \\
 &= 148,00 \times 4.600,00 : 100 && \text{pula duas casas para a esquerda: } 148\% = 1,48 \\
 &= 680.800,00 : 100 && 1,48 \times 4.600,00 = 6.808,00 \\
 &= 6.808,00
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &217,00\% \text{ de } 821.810,35 && \text{ou simplesmente:} \\
 &= 217,00 \times 821.810,00 : 100 && \text{pula duas casas para a esquerda: } 217\% = \\
 &2,17 && \\
 &= 178.332.846,00 : 100 && 2,17 \times 821.810,35 = 1.783.328,46 \\
 &= 1.783.328,46
 \end{aligned}$$

Quer achar um valor com um acréscimo percentual, é só acrescentar 1, ... (sem %) e multiplicar. Exemplos:

$$100,00 \text{ com acréscimo de } 30\% = 100,00 \times 1,30 = 130,00$$

$$200,00 \text{ com acréscimo de } 25\% = 200,00 \times 1,25 = 250,00$$

$$2.500,00 \text{ com acréscimo de } 17\% = 2.500,00 \times 1,17 = 2.925,00$$

$$185.500,00 \text{ com acréscimo de } 35,9\% = 185.500,00 \times 1,359 = 252.094,50$$

$$185.500,00 \text{ com acréscimo de } 200\% = 185.500,00 \times 3,00 = 556.500,00$$

$$185.500,00 \text{ com acréscimo de } 319,5\% = 185.500,00 \times 4,195 = 778.172,50$$

Quer achar um valor com desconto percentual, é só multiplicar pela diferença decimal para 1,00. Exemplos:

$$100,00 \text{ com desconto de } 20\% (0,20) = 100,00 \times 0,80 = 80,00$$

$$200,00 \text{ com desconto de } 25\% (0,25) = 200,00 \times 0,75 = 150,00$$

$$2.500,00 \text{ com desconto de } 17\% (0,17) = 2.500,00 \times 0,83 = 2.075,00$$

$$185.500,00 \text{ com desconto de } 35,9\% (0,395) = 185.500,00 \times 0,605 = \\ 112.227,75$$

$$185.500,00 \text{ com desconto de } 100\% (1,00) = 185.500,00 \times 0,00 = 0$$

Quer multiplicar um número por 100, é só pular duas casas para a direita.

$$40,00 \times 100 \text{ pule duas casas para a direita} = 4.000,00$$

Quer dividir um número por 100, é só pular duas casas para a esquerda

$$40,00 : 100 \text{ pule duas casas para a esquerda} = 0,40$$

E assim por diante: por 10, pular uma casa. Por 100, pular duas casas. Por 1000, pular três casas. Por 10.000, pular quatro casas, etc. Quando não tiver mais números, complete com zeros. Exemplo:

$$5,00 : \text{por } 1000 = 0,005$$

JUROS SIMPLES:**JURO E MONTANTE:****JURO (j)**

Remuneração pelo capital inicial (também chamado de principal), diretamente proporcional ao seu valor e ao tempo. O fator de proporcionalidade é a TAXA DE JUROS

FÓRMULAS: $j = c \cdot i \cdot n$ onde $j = \text{juros}$
 $c = \text{capital}$
 $i = \text{taxa}$
 $n = \text{tempo}$

Dessa fórmula se extraem outras:

- Sabendo-se o juro, a taxa e o tempo, podemos encontrar o capital:

$$c = \frac{j}{i \cdot n} \quad \text{ou} \quad c = j / i \cdot n$$

- Sabendo-se o juro, o capital e o tempo, podemos encontrar a taxa:

$$i = \frac{j}{c \cdot n} \quad \text{ou} \quad i = j / c \cdot n$$

- Sabendo-se o juro, o capital e a taxa, podemos encontrar o tempo:

$$n = \frac{j}{c \cdot i} \quad \text{ou} \quad n = j / c \cdot i$$

EXEMPLOS:

Quanto rende um capital inicial (principal) de \$100,00 aplicado à taxa de 5% ao semestre e por um prazo de 2 anos?

Resposta:

$$\text{Capital (c)} = 100,00$$

Taxa (i) = 5% ao ano (se colocarmos % fica 5%. Para não ter que dividir por 100, usamos 0,05 que é o mesmo que 5/100)

$$\text{Tempo (n)} = 2 \text{ anos (4 semestres)}$$

Conhecendo a fórmula ($j = c \cdot i \cdot n$), é só substituímos os símbolos :

$$J = 100,00 \times 0,05 \times 4 = 20,00$$

Digamos que você desconhecesse o capital, tendo os outros dados, como encontrá-lo?

Aqui também, conhecendo a fórmula ($c = j / i \cdot n$) ou $c = \frac{j}{i \cdot n}$ é só substituímos:

$$c = 20 / 0,05 \cdot 4 = 20 / 0,20 = 100 \quad \text{ou} \quad c = \frac{20}{0,05 \cdot 4} = \frac{20}{0,20} = 100$$

Digamos que você desconhecesse o tempo, tendo os outros dados, como encontrá-lo?

$$i = \frac{j}{c \cdot n}$$

Sabendo a fórmula ($i = j / c \cdot n$) ou $i = \frac{j}{c \cdot n}$ é só substituímos:

$$i = 20 / 100 \times 4 = 20 / 400 = 0,05 \quad \text{ou} \quad i = \frac{20}{100 \cdot 4} = \frac{20}{400} = 0,05$$

Digamos ainda que você desconhecesse a taxa, tendo os outros dados, como encontrá-lo?

$$n = \frac{j}{c \cdot i}$$

Também sabendo a fórmula ($n = j / c \cdot i$) ou $n = \frac{j}{c \cdot i}$ é só substituímos:

$$n = 20 / 100 \times 0,05 = 20 / 5 = 4 \quad \text{ou} \quad n = \frac{20}{100 \cdot 0,05} = \frac{20}{5} = 4$$

MONTANTE (M)

Montante é a soma do juros mais o capital inicial (principal).

FÓRMULAS: $M = c \cdot (1 + i \cdot n)$ Onde M = Montante

Dessa fórmula se extraem outras:

Sabendo-se o montante, a taxa de juros e o tempo, podemos encontrar o capital:

$$c = \frac{M}{1+i \cdot n} \quad \text{ou } c = M / (1+i \cdot n)$$

Sabendo-se o montante, o capital e o tempo, podemos encontrar a taxa:

$$i = \frac{\frac{M}{c} - 1}{n} \quad \text{ou } i = [(M/c - 1) / n]$$

Sabendo-se o montante o capital e a taxa, podemos encontrar o tempo:

$$n = \frac{\frac{M}{c} - 1}{i} \quad \text{ou } n = [(M/c - 1) / i]$$

EXEMPLOS:

Qual o montante de um capital de \$1.000,00 aplicado à taxa de 10% ao ano, pelo prazo de 2 anos?

Resposta:

Capital (c) = 1.000,00

Taxa (i) = 10% ao ano (a. a.) ou 0,10 a. a.

Tempo = 2 anos

Conhecendo a fórmula ($M = c \cdot (1 + i \cdot n)$), é só substituímos os símbolos:

$$M = 1.000 (1 + 0,10 \times 2)$$

$$M = 1.000 (1 + 0,20)$$

$$M = 1.000 \times 1,20$$

$$M = 1.200,00$$

Digamos que você desconheça o capital, tendo os outros dados, como encontrá-lo?

Conhecendo a fórmula ($c = M / (1 + i \cdot n)$) ou $c = \frac{M}{1 + i \cdot n}$ = é só substituímos os

símbolos:

$$c = 1.200 / (1 + 0,10 \times 2)$$

$$c = 1.200 / 1,20$$

$$c = 1.000$$

$$\text{ou } c = \frac{1.200}{1 + 0,10 \cdot 2} = \frac{1.200}{1,20} = 1.000$$

Digamos que você desconheça a taxa, tendo os outros dados, como encontrá-la?

Aqui também, conhecendo a fórmula ($i = [(M / c) - 1] / n$), é só substituímos os símbolos:

$$i = [(1.200/1000 - 1)/2]$$

$$i = 0,20/2 \text{ ou } i = \frac{1.200 - 1.000}{2 \cdot 1.000} = \frac{200}{2.000} = 0,10$$

$$i = 0,10$$

Digamos ainda que você desconheça o tempo, tendo os outros dados, como encontrá-lo?

Conhecendo a fórmula ($n = [(M/c - 1)/i]$), é só substituírmos os símbolos:

$$n = [(1200/1000 - 1)/0,10]$$

$$n = 0,20/0,10 \text{ ou } n = \frac{1.200 - 1.000}{0,10 \cdot 1.000} = \frac{200}{100} = 2$$

$$n = 2$$

ALGUNS EXERCÍCIOS:

Calcular os juros simples referente a um capital de \$1.000,00 aplicado conforme hipóteses abaixo:

Taxa de juros	Prazo
a) 15% ao ano	1 ano
b) 17% ao ano	4 anos
c) 21% ao ano	5 meses
d) 26,8% ao ano	30 meses
e) 30,8% ao ano	5,5 anos ou 5 anos e 6 meses
f) 38% ao ano	4 anos e 8 meses

Respostas:

$$A) j = c.i.n = 1.000 \times 0,15 \times 1 = 150$$

$$b) j = 1.000 \times 0,17 \times 4 = 680,00$$

$$c) j = 1.000 \times 0,21 / 12 \times 5 = 1.000 \times 0,0875 = 87,50$$

$$d) j = 1.000 \times 0,268 / 12 \times 30 = 1.000 \times 0,67 = 670$$

$$e) j = 1.000 \times 0,306 \times 5,5 = 1.000 \times 1,694 = 1.694$$

$$f) j = 1.000 \times 0,38 / 12 \times 56 = 1.000 \times 1,77333 = 1.773,33$$

Obs.: - 4 anos e 8 meses = 56 meses

- Nos casos em que a taxa foi dividida por 12, é porque a taxa é anual e o número de períodos se refere a meses

Que montante receberá um aplicador que tenha investido \$5.000,00, se as hipóteses de taxas de aplicação e respectivos prazos forem:

Taxa de juros	Prazo
a) 18% ao ano	6 meses
b) 31,8% ao ano	2 anos e 7 meses
c) 42% ao ano	4 anos e 3 meses

Respostas:

$$A) M = c.(1 + i.n) = 5.000.(1 + 0,18 \times 6/12) = 5.000 \times 1,09 = 5.450$$

$$b) M = 5.000 (1 + 0,318 \times 31 / 12)$$

$$M = 5.000 \times 1 + 0,8215$$

$$M = 5.000 \times 1,8215 = 9.107,50$$

Obs.: 2 anos e 7 meses = 31 meses

$$c) M = 5.000 (1 + 0,42 \times 51 / 12)$$

$$M = 5.000 (1 + 1,785)$$

$$M = 5.000 \times 2,785 = 13.925$$

Obs.: novamente dividido por 12, porque a taxa é anual

Qual a taxa de juros cobrada em cada um dos casos abaixo, se uma pessoa aplicou um capital de \$1.000,00 e recebeu:

Montantes	Prazos
a) 1.420,00	2 anos
b) 1.150,00	10 meses
c) 1.350,00	1 ano e 9 meses

Respostas:

$$a) i = (M/c - 1)/n$$

$$i = (1420/1000 - 1)/2$$

$$i = 0,42/2 = 0,21 \text{ ou } 21\% \quad \text{ou} \quad i = \frac{M - c}{cn} = \frac{1420 - 1000}{2 \cdot 1000} = 0,21 \text{ ou } 21\%$$

Usando a mesma fórmula:

$$b) i = (1.150/1.000 - 1)/(10/12)$$

$$i = 0,15/0,8333 = 0,18 \text{ ou } 18\% \quad \text{ou} \quad i = \frac{0,15}{0,8333} = 0,18 \text{ ou } 18\%$$

$$c) i = (1.350/1.000 - 1)/(21/12)$$

$$i = 0,35/1,75 = 0,20 \text{ ou } 20\% \quad \text{ou} \quad i = \frac{0,35}{1,75} = 0,20 \text{ ou } 20\%$$

Obs.: - dividido por 12 porque a taxa é anual
 - 1 ano e 9 meses = 21 meses

Quanto tempo deve ficar aplicado um capital para que os resultados abaixo sejam verdadeiros?

Capital Inicial	Montante	Taxa de Juros
a) \$800,00	832	16% a. a.
b) \$1.200,00	2.366	22% a. a.

$$a) n = (M/c - 1)/i$$

$$n = (832/800 - 1)/0,16 = 0,25 \text{ anos} \quad \text{ou} \quad n = \frac{\frac{832}{800} - 1}{0,16} = 0,25$$

$$1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$$

$$0,25 \text{ ano} = x$$

$$0,25 \times 12 / 1 = 3 \text{ meses}$$

$$b) n = (2.366/1.200 - 1)/0,22$$

$$n = 0,9717/0,22 = 4,4 \text{ anos} \quad \text{ou} \quad n = \frac{2.366}{1.200} - 1 = 0,9717$$

$$n = 0,9717 / 0,22 = 4,4 \text{ anos (arredondados)}$$

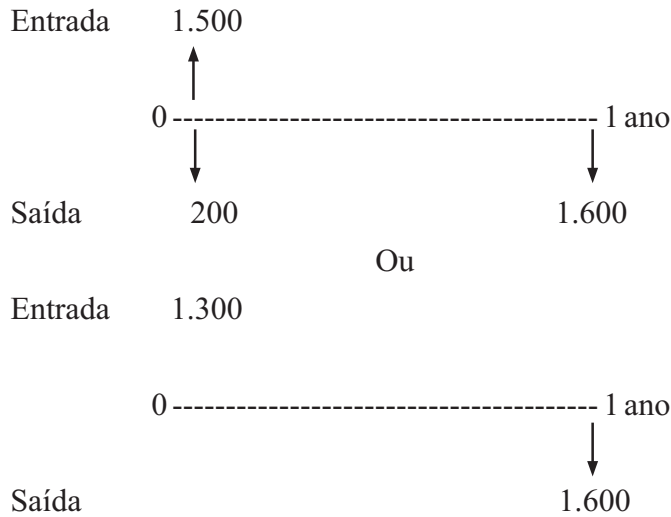
$$n = 4 \text{ anos} + 0,4 \text{ de } 1 \text{ ano}$$

$$n = 4 \text{ anos} + 0,4 \times 12 \text{ meses}$$

$$n = 4 \text{ anos e } 5 \text{ meses (4,8 arredondado)}$$

Uma loja vende um gravador por \$ 1.500,00 a vista. A prazo é vendido por \$1.800, sendo \$200 de entrada e o restante, após 1 ano. Qual taxa de juros anual cobrada?

Se a pessoa optar por pagar a prazo, receberá financiamento por apenas \$1.300, pois se possuísse essa quantia, compraria a vista, com \$200 que serão desembolsados.



Tudo se passa como se o cliente tivesse recebido \$1.300 emprestados, comprometendo-se a dever \$1.600 após o prazo de 1 ano:

$$i = \frac{(M/c - 1)/n}{1} = \frac{(1.600/1.300 - 1)/1}{1} = 0,2308$$

ou $i = \frac{M - c}{c \cdot n} = \frac{1.600 - 1.300}{1.300 \cdot 1} = 0,2308$ ou 23,08%

Quanto tempo deve permanecer aplicado um capital para que o juro seja igual a 5 vezes o capital, se a taxa de juros for de 25% a. a

Pelo enunciado temos:

$$\text{Juros} = 5 \times \text{o capital} \quad (j = 5c)$$

$$i = 25\% \text{ a. a.}$$

$$n = \frac{J}{c \cdot i} = \frac{5 \times c}{c \times 0,25} = \text{cortando o "c"} = \frac{5}{0,25} = 20 \text{ anos}$$

ALGUNS EXERCÍCIOS COM RESPOSTAS, PARA VOCÊ DESENVOLVER O CÁLCULO:

Calcular o juros simples e o montante de:

- a) \$ 500,00 a 25% a. a. em 8 meses Respostas: 83,33 e 583,33
 b) \$2.200,00 a 30,2% a. a. em, 2 anos e 5 meses Respostas: 1.605,63 e 3.805,63
 c) \$3.000,00 a 34% a. a. em 19 meses Respostas: 1.615,00 e 4.615,00

Qual a taxa de juros que, de um capital de \$1.200,00, gera um montante de:

- a) \$1.998,00 em 3 anos e 2 meses Resposta: 21%
 b) \$1.470,00 em 10 meses Resposta: 27%
 c) \$2.064,00 em 1 ano e 8 meses Resposta: 43,2%

Qual o capital que rende:

- a) \$1.150,00 a 18% a. a. em 10 meses Resposta: \$1.000,00
 b) \$648 a 21,6% a. a. em 2 anos e 6 meses Resposta: \$420,00
 c) \$1.500 a 30% a. a. em 3 anos e 4 meses Resposta: \$750,00

Em quanto tempo um capital de \$10.000 aplicado a 26,4% a. a. renderá:

- a) \$ 4.620,00
- B) \$16.160,00

Resposta: 21 meses
Resposta: 28 meses

Qual a taxa bimestral equivalente a 28,2% a. a. ? Resposta: 4,7% ou 0,047.

Quais as proposições corretas?

- a) 1% ao mês equivale a 12% ao ano
- b) 2,25 ao bimestre equivale a 26,80% ao biênio
- c) 3,4% ao trimestre equivale a 13,6% ao ano
- d) 50% ao ano equiivale a 20% em 5 meses

Resposta: a alternativa "a" e a "c"

JUROS COMPOSTOS:

JURO E MONTANTE

JURO (J)

FÓRMULA $Co(1+I)^n$

A diferença entre o regime de juros simples e o de juros compostos, pode ser mais facilmente demonstrada através de exemplos:

Seja um principal de 1.000,00 aplicado à taxa de 20% ao ano, por um período de 4 anos

EXEMPLO "A"

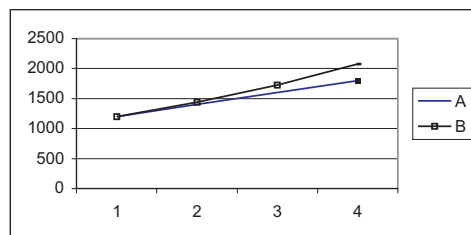
A juros simples e compostos temos:

$$C_0 = 1.000,00$$

$$i = 20\% \text{ a. a.}$$

$$n = 4 \text{ anos}$$

n	JUROS SIMPLES		JUROS COMPOSTOS	
	JUROS	MONTANTE	JUROS	MONTANTE
1	$1.000 \times 0,20 = 200$	1.200	$1.000 \times 0,20 = 200$	1.200
2	$1.000 \times 0,20 = 200$	1.400	$1.200 \times 0,20 = 240$	1.440
3	$1.000 \times 0,20 = 200$	1.600	$1.440 \times 0,20 = 288$	1.728
4	$1.000 \times 0,20 = 200$	1.800	$1.728 \times 0,20 = 346$	2.074



No caso dos juros simples, a formação é linear.

No caso dos juros compostos, a formação é exponencial (juros sobre juros).

EXEMPLO "B":

COMPRAS A PRAZO NAS CASAS "CEARÁ"
(COMPARANDO SIMPLES E COMPOSTO).

Compras a prazo significa capitalização composta (juros sobre juros). Diferente de juros simples.

É "de espantar". Veja o exemplo :

JUROS SIMPLES - (c.i.t)

JUROS COMPOSTOS - (1+i)ⁿ

\$200,00 EM 5 MESES 5%

1. 200,00 x 0,05 = 10,00	1.200,00 x 0,05 = 10,00
2. 200,00 x 0,05 = 10,00	2.200,00 + 10,00 = 210,00 x 0,05 = 10,50
3. 200,00 x 0,05 = 10,00	3.210,00 + 10,50 = 220,50 x 0,05 = 11,03
4. 200,00 x 0,05 = 10,00	4. 220,50 + 11,03 = 231,03 x 0,05 = 11,58
5. 200,00 x 0,05 = 10,00	5.231,03 + 11,58 = 243,11 x 0,05 = 12,16

SOMA DOS JUROS

<u>50,00</u> =====	EM 5 MESES	<u>55,27</u> =====
<u>120,00</u> =====	EM 12 MESES	<u>159,17</u> =====
<u>240,00</u> =====	EM 24 MESES	<u>445,02</u> =====
<u>360,00 *</u> =====	EM 36 MESES	<u>958,36**</u> =====

* c.i.t = 200,00 x 0,05 x 36 = 360

** (1+i)ⁿ = (1+i)³⁶ = 5,79182
5,79182 x 200,00 = 1.158,36
1.158,36 - 200 = 958,36

Montante, portanto usando os dados acima (voltando ao exemplo "A" - capitalização composta):

$$C1 = Co.(1+i) = 1.000.(1+0,20) \\ = 1.000 \times 1 + 1.000 \times 0,20 = 1.200 \text{ ou simplesmente } = 1.000 \times 1,20 = 1.200$$

$$C2 = C1.(1+i) = 1.200.(1+0,20) \\ = 1.200 \times 1 + 1.200 \times 0,20 = 1.440 \text{ ou simplesmente } = 1.200 \times 1,20 = 1.440$$

$$C3 = C2.(1+i) = 1.440.(1+0,20) \\ = 1.440 \times 1 + 1.440 \times 0,20 = 1.728 \text{ ou simplesmente } = 1.440 \times 1,20 = 1.728$$

$$C4 = C3.(1+i) = 1.728.(1+0,20) \\ = 1.728 \times 1 + 1.440 \times 0,20 = 2.074 \text{ ou simplesmente } = 1.728 \times 1,20 = 2.074$$

Obs.: Co = capital inicial no tempo zero

C1 = capital mais juros no final do primeiro ano

C2 = capital mais juros no final do segundo ano

C3 = capital mais juros no final do terceiro ano

C4 = capital mais juros no final do quarto ano

Já pensou se tivermos que calcular dessa forma para 50 anos (C50)?

Podemos resumir numa fórmula

$$C_n = Co.(1+i)^n$$

C_n = capital mais juros no final de n períodos (montante)

Co = capital inicial no tempo zero

i = taxa de juros

n = número de períodos (tempo)

EXEMPLO:

Uma pessoa toma \$1.000,00 emprestados a juros de 2% ao mês pelo prazo de 10 meses, com capitalização composta (juros sobre juros)

Co = 1.000,00
 i = 2% ou 0,02 a m.
 n = 10 meses

$$C_n = C_o \cdot (1 + i)^n$$

$$C_n = 1.000 \cdot (1 + 0,02)^{10}$$

$$C_n = 1.000 \cdot (1,02)^{10}$$

$$C_n = 1.000 \cdot 1,218994$$

$$C_n = 1.218,99$$

Como encontramos $(1,02)^{10}$ que é igual a 1,218992 ?

Multiplicando 1,02 x 1,02 x 1,02 x 1,02... até 10 vezes
Já pensou $(1,02)^{500}$?

Pode ser encontrado facilmente através de uma tabela financeira, no final de qualquer livro de matemática financeira ou mais facilmente ainda, com auxílio de uma calculadora que tenha exponencial (y^n)

VALOR NOMINAL	VALOR ATUAL
C _n	C _o
C _n = C _o · (1 + i) ⁿ	C _o = $\frac{C_n}{(1 + i)^n}$ ou C _o = C _n / (1+i) ⁿ

Aplicando um valor fixo a cada período a uma determinada taxa, quanto se terá no final de n períodos?

$$C_n = C_o \cdot \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \quad \text{ou} \quad C_n = [(1 + i)^n - 1] / i$$

Retirando um valor fixo (P) a cada período, durante n períodos até "zerar", qual o valor total (R) a ser aplicado a uma determinada taxa?

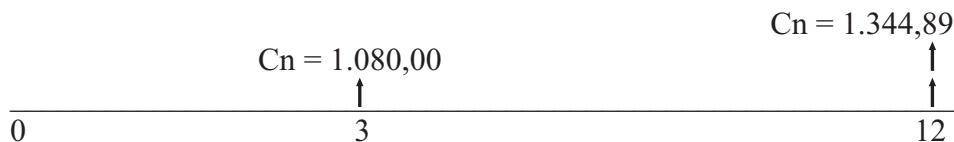
$$R = P \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] \quad \text{ou} \quad R = P \cdot [(1+i)^n - 1] / i \cdot (1+i)^n$$

Tendo-se um valor fixo (R) a ser aplicado a uma taxa (i) por n períodos e querendo-se retirar um valor fixo (P) a cada período até o final (zerando), qual o valor a ser aplicado?

$$R = P \cdot \left[\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad \text{ou} \quad R = p \cdot [i \cdot (1+i)^n] / (1+i)^n - 1$$

EXEMPLOS:

Uma pessoa possui uma letra de câmbio que vence daqui a 1 ano, com o valor nominal de \$1.344,89. Foi lhe proposta a troca daquele título por outro, vencível daqui a 3 meses e no valor de \$1.080,00. Sabendo-se que a taxa de mercado é de 1,2% a.m., pergunta-se: a troca é vantajosa?



$$1^\circ Co = Cn / (1+i)^n = 1.344,89 / (1+0,025)^{12} = 1.344,89 / 1,344889 = 1.000,00$$

ou

$$Co = \frac{Cn}{(1+i)^n} = \frac{1.344,89}{(1+0,025)^{12}} = \frac{1.344,89}{1,344889} = 1.000,00$$

$$2^\circ Co = Cn / (1 + i)^n = 1.080,00 / (1 + 0,025)^3 = 1.080,00 / 1,076891 = 1.002,89$$

ou

$$Co = \frac{Cn}{(1 + i)^n} = \frac{1.080,00}{(1 + 0,025)^3} = \frac{1.080,00}{1,076891} = 1.002,89$$

A diferença é pequena, mas o título que vence daqui a 3 meses tem valor atual maior. A troca é vantajosa.

Calcular o montante de uma aplicação de \$10.000,00 conforme hipóteses abaixo:

TAXA	PRAZO
a) 20% a. a.	5 anos
b) 5% a. .sem.	3 anos e meio
c) 2,5% a. m.	1 ano

Respostas:

a) $Cn = Co. (1 + i)^n = 10.000. (1 + 0,20)^5 = 10.000. (1,20)^5 = 10.000. 2,488320 = 24.883,20$

B) $n = 3,5 \text{ anos} = 7 \text{ semestres}$
 $Cn = Co.(1 + i)^n = 10.000. (1 + 0,05)^7 = 10.000. (1,05)^7 = 10.000. 1,407100 = 14.071,00$

c) $Cn = Co (1 + i)^n = 10.000. (1 + 0,025)^{12} = 10.000. (1,025)^{12} = 10.000. 1,344889 = 13.448,90$

Qual é o juro auferido de um capital de \$1.500,00, aplicado segundo as hipóteses abaixo?

TAXA	PRAZO
a) 10% a. a.	10 anos
b) 8% a. trim.	18 meses

Respostas:

$$\begin{aligned} \text{a) } J_n &= Co \cdot [(1+i)^n - 1] = 1.500 \cdot [(1+0,10)^{10} - 1] = 1.500 \cdot [2,59374 - 1] \\ &= 1.500 \times 1,5934 = 2.390,61 \end{aligned}$$

$$\text{b) Transformando 18 meses em trimestres} = 18 / 3 = 6 \text{ trimestres}$$

$$\begin{aligned} J_n &= Co \cdot [(1+i)^n - 1] = 1.500 \cdot [(1+0,08)^6 - 1] = 1.500 \cdot [1,586874 - 1] \\ &= 1.500 \times 0,586874 = 880,31 \end{aligned}$$

**Querendo comprar um carro de \$60.000,00 (valor futuro), quanto se deve aplicar hoje para que daqui a 2 anos possua tal valor?
Considerar as seguintes taxas:**

- a) 2,5% a. m.
- b) 10% a. sem.
- c) 20% a. a.

Respostas:

$$\text{a) 2 anos igual a 24 meses}$$

$$Co = \frac{C \cdot n}{(1+i)^n} \quad \text{ou} \quad Co = Cn / (1+i)^n$$

$$Co = 60.000 / (1+0,025)^{24} = 60.000 / 1,808726 = 33.172,52$$

ou

$$Co = \frac{60.000}{(1+0,025)^{24}} = \frac{60.000}{1,808726} = 33.172,52$$

b) 2 anos = 4 semestres

$$Co = 60.000 / (1+0,10)^4 = 60.000 / 1,464100 = 40.980,81$$

ou

c) $Co = 60.000 / (1+0,20)^2 = 60.000 / 1,440000 = 41.666,67$

ou

$$Co = \frac{60.000}{(1+0,20)^2} = \frac{60.000}{1,440000} = 41.666,67$$

Quanto deve ser aplicado hoje para se auferirem \$10.000,00 de juros ao final de 5 anos, se a taxa de juros for de:

- a) 4% a. trim.
- b) 20% a. q. (quadrimestre)
- c) 30% a. a.

Respostas:

a) 5 anos = 20 trimestres

$$Co = \frac{Jn}{(1+i)^n - 1} \quad \text{ou} \quad Co = \frac{Jn}{(1+i)^n - 1}$$

ao trimestre 5 anos = 20 trimestres

$$Co = 10.000 / [(1+0,04)^{20} - 1] = 10.000 / [2,191123 - 1] = 10.000 / 1,191123 = 8.395,44$$

ou

$$Co = \frac{Jn}{(1+i)^n - 1} = \frac{10.000}{(1+0,04)^{20} - 1} = \frac{10.000}{1,191123} = 8.395,44$$

b) A. quadrimestre 5 anos = 15 quadrimestres

$$C_0 = 10.000 / (1+0,20)^{15} - 1 = 10.000 / 15,407022 - 1 = 10.000 / 14,407022 = 694,11$$

ou

$$C_0 = \frac{J_n}{(1+i)^n - 1} = \frac{10.000}{(1+0,20)^{15} - 1} = \frac{10.000}{14,407022} = 694,11$$

$$c) C_0 = 10.000 / [(1+0,30)^5 - 1] = 10.000 / 3,712930 - 1 = 10.000 / 2,712930 = 3.686,05$$

ou

$$C_0 = \frac{J_n}{(1+i)^5 - 1} = \frac{10.000}{(1+0,30)^5 - 1} = \frac{10.000}{3,712930 - 1} = 3.686,05$$

Uma empresa empresta \$500.000,00 de um banco à taxa de juros de 21% a. a , com capitalizações quadrimestrais. Quanto deverá devolver ao final de 2 anos?

Resposta:

$$C_0 = 500.000,00$$

$$i = 7\% \text{ a. a. } (2 \text{ ano} = 6 \text{ quadrimestres})$$

$$n = 6 \text{ quadrimestres}$$

$$C_n = ?$$

$$C_n = 500.000. (1 + 0,07)^6 = 500.000. 1,500730 = 750.365,00$$

Quanto deve uma pessoa depositar em um banco que paga 24% a. a. , com capitalizações bimestrais, para no final de 5 anos possua

200.000,00 (capital + juros)?

$$\begin{aligned} C_n &= 200.000,00 \\ i &= 4\% \text{ a. b. (5 anos = 30 bimestres)} \\ n &= 30 \text{ bimestres} \\ C_o &= ? \end{aligned}$$

Resposta:

$$C_o = C_n / (1 + i)^n = 200.000 / (1 + 0,04)^{30} = 200.000 / 3,243398 = 61.663,72$$

Uu

$$\text{ou } C_o = \frac{C_n}{(1 + i)^n} = \frac{200.000}{(1 + 0,04)^{30}} = \frac{200.000}{3,243398} = 61.663,72$$

**ALGUNS AUTORES DE LIVROS DE MATEMÁTICA
FINANCEIRA UTILIZAM SÍMBOLOS (LETRAS)
DIFERENTES, MAS O RACIOCÍNIO É O MESMO .**

• MAIS ALGUNS EXERCÍCIOS:

Quanto terei no final de 12 períodos, aplicando \$500,00 a 20% a. p. (ao período)

$$\begin{aligned} S_n &= P (1 + i)^n = 500,00 \cdot (1 + 0,20)^{12} \\ &= 500,00 \cdot 8,9161 \\ &= 4.458,05 \end{aligned}$$

Quanto tenho que guardar para que no final de 12 períodos, a 20% a. p. obtenha \$4.458,05.

$$P = Sn [1 / (1 + i)^n] = 4.458,05 [1 / (1 + 0,20)^{12}] = 4.458,05 / 8,9167 = 500,00$$

ou

$$\begin{aligned} P = Sn \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] &= 4.458,05 \left[\frac{1}{(1+0,20)^{12}} \right] \\ &= 4.458,05 \left(\frac{1}{8,9161} \right) \\ &= \frac{4.458,05}{8,9161} = 500,00 \end{aligned}$$

Viu?**É o inverso do exercício anterior!****Guardando \$500,00 em cada período a uma taxa de 20% a. p., quanto terei no final de 12 períodos?**

$$Sn = R \cdot [(1+i)^n - 1] / i = 500 \times [(1+0,20)^{12} - 1] / 0,20 = 500 \times 7,9161 / 0,20 = 19.790,25$$

ou

$$\begin{aligned} Sn &= R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 500 \times \left[\frac{(1+0,20)^{12} - 1}{0,20} \right] \\ &= 500 \times \left[\frac{7,9161}{0,20} \right] \\ &= 19.790,25 \end{aligned}$$

Pretende-se deixar na poupança \$2.219,61 aplicado à 20% a. p., durante 12 períodos. Pretende-se retirar um valor fixo a cada período até "zerar. Qual o valor fixo a ser retirado?

$$R = P \times [i \cdot (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] = 2.219,61 [0,20 \cdot (1+0,20)^{12}] / [(1+0,20)^{12} - 1]$$

$$= 2,21961 \times (0,20 \times 8,916,100) / (8,916100 - 1) = 2.219,61 / 1,783220 / 7,916100 = 500$$

ou

$$R = P \cdot \left[\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] = 2.219,61 \cdot \left[\frac{0,20 \cdot (1+0,20)^{12}}{(1+0,20)^{12} - 1} \right] = 2.219,61 \left[\frac{0,20 \times 8,916100}{8,916100 - 1} \right]$$

$$= 2.219,61 \left[\frac{1,783220}{7,916100} \right] = 2.219,61 \times 0,225265 = 500,00$$

Que valor devo aplicar a 20% a. p. para que possa retirar \$500,00 a cada período durante 12 períodos?

$$P = R[(1+i)^n - 1] / (i(1+i)^n) \text{ ou } 500 \cdot [(1+0,20)^{12} - 1] / (0,20(1+0,20)^{12})$$

$$= 500 \times (8,9161 - 1) / (0,20 \times 8,9161) = 500 \times 7,9161 / 1,78332 = 2.219,61$$

Ou

$$P = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] = 500 \cdot \left[\frac{(1+0,20)^{12} - 1}{0,20(1+0,20)^{12}} \right]$$

$$= 500 \cdot \left[\frac{8,9161 - 1}{0,20 \times 8,9161} \right]$$

$$= 500 \cdot \left[\frac{7,9161}{1,78332} \right]$$

$$= 2.219,61$$

Viu?

É o inverso do exercício anterior

**É claro que
no dia a dia,
no exercício da profissão,
quando se exige rapidez nas operações,
você não vai ficar usando fórmulas.**

**Mas primeiro entenda bem,
através das fórmulas,
e depois aprenda a usar a
calculadora financeira,
para não ir na onda
dos agentes financeiros.**



Coordenação de Extensão



CAÂMPUS DE ALFENAS

Rodovia MG 179 - Km 0 - Caixa Postal 23

Tel.: (35) 3299 -3000 - CEP 37130-000

Alfenas MG - <http://www.unifenas.br>

CÂMPUS DE BELO HORIZONTE

Câmpus I

Rua Líbano, 66 - Itapoã

Tel.: (31) 3497-4300

Câmpus II

Rua Boaventura, 50 - Bairro Universitário / Jaraguá

Tel.: (35) 3497-4305

E-mail: belohorizonte@unifenas.br

CÂMPUS DE CAMPO BELO

Al. Roberto Assunção, s/nº - Eldorado - Cx. P. 519

Fone/fax: (35) 3832-6462

CEP 37270-000 - Campo Belo-MG

E-mail: campobelo@unifenas.br

CÂMPUS DE DIVINÓPOLIS

Rua Tedinho Alvim nº 1000

Bairro Liberdade

Tel.: (35) 3212-7888

CEP 35500-000 - Divinópolis - MG

E-mail: divinopolis@unifenas.br

CÂMPUS DE POÇOS DE CALDAS

Rod. Geraldo Martins Costa, s/nº -Cx.P.695 - Jd Kennedy

Tel.: (035) 3713 - 4400

CEP 37701-970 - Poços de Caldas - MG

E-mail: pocosdecaldas@unifenas.br

FACULDADE DE SÃO SEBASTIÃO DO PARAÍSO

Praça dos Imigrantes, 20- Lagoinha

Tel.: (35) 3531 1666 /3531-6128

CEP 37950-000 -São Sebastião do Paraíso-MG

Email paraiso@unifenas.br

CÂMPUS DE VARGINHA

Praça do Estudante, 2000 - Imaculada Conceição

Fone:(35) 3212 -7766 /3212-7957 /3212- 9472 /3212-9473

CEP 37002-970 - Varginha-MG

E-mail: varginha@unifenas.br